

# Incidencia de Procesos de Identificación en la Resolución de Problemas Matemáticos en Ciclo Tres

**Autor:** Contreras Julio, José Vicente (Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad de Cundinamarca. Especialista en Computación para la Docencia de la Universidad Antonio Nariño. Magister en Pedagogía de la Universidad de la Sabana. Docente de Matemáticas en Educación Secundaria y en Educación Universitaria. Bogotá, Colombia).

**Público:** Docentes, estudiantes de matemáticas, ingenierías, ciencias de la educación y estudiantes de educación media y superior en general. **Materia:** Matemáticas. **Idioma:** Español.

**Título:** Incidencia de Procesos de Identificación en la Resolución de Problemas Matemáticos en Ciclo Tres.

## Resumen

El propósito del presente trabajo fue diseñar, implementar y evaluar una propuesta que facilitara procesos de identificación en la resolución de problemas de aritmética a través de la gestión de registros de representación semiótica para fortalecer los procesos de resolución de problemas en estudiantes de grado sexto. La propuesta se sustentó, desde la Didáctica de La Matemática, en la teoría de las representaciones semióticas de Duval y se complementa con las posibilidades pedagógicas que ofrece el uso de un organizador gráfico en la motivación de algunas reflexiones de los estudiantes sobre sus procesos de resolución de problemas aritméticos.

**Palabras clave:** Resolución de problemas aritméticos, procesos de identificación, registros de representación semiótica.

**Title:** Impact Identification Process in Mathematical Problem Solving in Cycle Three.

## Abstract

The purpose of this study was to design, implement and evaluate a proposal to facilitate identification processes in solving arithmetic problems through records management semiotic representation to strengthen problem-solving processes in sixth grade students. The proposal was based, from the teaching of mathematics in the theory of semiotic representations of Duval and is complemented by the educational opportunities offered by the use of a graphic organizer in motivating some students' reflections on their resolution processes arithmetic problems.

**Keywords:** Arithmetic problem solving, identification processes, register of semiotic representation.

Recibido 2016-11-01; Aceptado 2016-12-07; Publicado 2016-12-25; Código PD: 078002

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación surgió de la necesidad de implementar prácticas pedagógicas que permitan el fortalecimiento de la resolución de problemas de aplicación de las cuatro operaciones aritméticas básicas, promoviendo procesos de identificación (datos, relaciones entre los datos y la pregunta) durante su planteamiento y desarrollo a través de la gestión de registros de representación semiótica que podrían hacer los estudiantes durante la misma actividad de resolución de problemas aritméticos. En este trabajo, se entiende por identificación a la acción que permite reconocer y seleccionar rasgos, propiedades, características o cualquier otra unidad significativa del objeto, concepto, situación o contenido que se quiere representar.

Considerando que la resolución de problemas es una estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es importante motivar, en los estudiantes, procesos de identificación de los elementos del enunciado del problema ya que estos procesos podrían tener alguna incidencia en la resolución del problema. Una adecuada gestión de registros de representación semiótica, puede contribuir a fortalecer los procesos de identificación ya que le permitiría al estudiante visibilizar el reconocimiento que hace de unidades significantes<sup>1</sup>, identificando las relaciones existentes entre ellas durante todo el proceso de resolución el cual implica, para esta investigación, el ejercicio de las tres actividades cognitivas fundamentales relacionadas con la semiótica (formación, tratamiento y conversión de representaciones semióticas) y el seguimiento de las fases de resolución de problemas propuestos por Duval (2006).

<sup>1</sup> Para Duval (1999), las unidades significantes son todos los elementos que provienen del léxico de un registro y son posibles de representar en otro registro.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando se sugiere a los estudiantes resolver problemas de matemáticas, posiblemente se encuentran con algunas dificultades para desarrollar los procesos adecuados durante la misma resolución de los problemas propuestos. Tales dificultades se pueden resumir así:

Identificación inadecuada de los elementos que configuran el enunciado del problema. Estos elementos pueden ser objetos, conceptos, operadores semánticos, algoritmos, operaciones y relaciones, que siempre están en el enunciado de un problema.

Comprensión y análisis erróneos del enunciado del problema expresados, en ocasiones, en una única representación semiótica que a veces no corresponde con el enunciado.

Lo anterior, se evidencia en la elección de una operación o algoritmo que no corresponde, además de cometer errores en los cálculos, lo que conlleva a una respuesta no esperada.

También se observa que varios estudiantes hacen una lectura rápida del problema y proceden a hacer cualquier operación entre las cantidades dadas, sin reflexionar si lo que hacen es coherente con el problema, “pues algo hay que hacer.” Esto puede evidenciar la falta de una cultura de resolución de problemas.

## MARCO TEÓRICO

Los referentes teóricos para esta investigación son: Polya, Schoenfeld y Campistrous, quienes han aportado importantes modelos y elementos en la resolución de problemas desde diferentes enfoques. El referente central en la investigación es Raymond Duval, filósofo y psicólogo francés quien desarrolló un modelo de pensamiento cognitivo para la actividad matemática basado en la teoría de registros de representación semiótica. Algunos conceptos utilizados de estos referentes son:

**Problema:** Es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida (Campistrous, 1996)

**Problemas aritméticos:** Son aquellos problemas matemáticos donde se aplican una o varias de las cuatro operaciones básicas con números naturales o aspectos relacionados con la numeración (Campistrous, 2013).

**Problemas Escolares:** Son situaciones que el maestro propone con unas intenciones didácticas determinadas, orientadas a cumplir un objetivo como consolidación, adquisición o aplicación de conocimientos: conceptos, relaciones y procedimientos, (Capote, 2005).

En cuanto a la resolución de problemas, Schoenfeld (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007) anuncia la existencia de cuatro dimensiones que intervienen en ese proceso. Estas dimensiones son: 1. Los recursos (conocimientos previos); 2. Las heurísticas (estrategias cognitivas, empleadas); 3. El control (estrategias metacognitivas de reflexión sobre los mismos procesos de resolución) y 4. El sistema de creencias.

El modelo de resolución de problemas utilizado en esta investigación es el de Duval (2006) compuesto por las tres fases siguientes

1. Se debe partir de problemas verbales con datos pertinentes o no.
2. Hacer conversión del enunciado en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente.
3. Llegar a la solución por tratamiento de registros (Transformación de representaciones dentro del mismo registro).

**Representaciones semióticas:** Son aquellas producciones constituidas por el empleo de signos. Constituyen el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar o hacer visibles sus representaciones mentales. Para Duval (1999), todo sistema de representación semiótica debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales:

**Formación** de representaciones en un registro semiótico particular, **tratamiento** cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro, y **conversión** cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial (Duval, 1999).

Los objetos del conocimiento matemático, no son accesibles físicamente, a través de evidencias sensoriales directas o mediante el uso de instrumentos. La única forma de acceder y trabajar con ellos es a través de representaciones semióticas. (Duval, 1999).

En la resolución de un problema aritmético, la primera percepción que se tiene del problema está dada en un registro de representación (por lo general escrito como enunciado discursivo), del cual se deben reconocer las unidades significantes que hacen posible la formación del registro de representación semiótica que puede hacer visible la acción de identificación de las unidades significantes seleccionadas para dar inicio a un proceso de resolución del problema que continuará con el tratamiento y la conversión de los registros que se van configurando durante el proceso, evidenciando, acciones de identificación, sobre todo en la formación y en la conversión para verificar la congruencia o no congruencia de los mismos registros.

La figura 1, muestra la congruencia entre el enunciado del problema con las unidades significantes identificadas (25 y 12 estudiantes, el operador semántico “más” y la palabra interrogativa “cuántos”), representables en otro registro. En este caso en un registro gráfico. Esto corresponde a la acción cognitiva de formación de registro.

Luego de la formación, la conversión puede resultar inmediata siempre que se mantenga la congruencia entre las dos representaciones (inicial y final). El ejemplo muestra la conversión del registro gráfico a un registro algebraico.

Primera percepción del problema	En una ruta escolar viajan 25 estudiantes. Si en otra ruta viajan 12 estudiantes (más que en la primera, ¿Cuántos estudiantes viajan en esta última ruta?
Identificación de unidades significantes	Primera ruta con 25 estudiantes Segunda ruta con 12 estudiantes “más” que la primera Estudiantes que viajan en la segunda ruta: x
Formación de registro (el signo “+” corresponde al operador semántico “mas” que representa la relación (diferencia) entre los dos polos comparados.	<p>Primera Ruta                                  Segunda Ruta</p>
Conversión	$25 + 12 = x$
Tratamiento	$25 + 12 = x$ $37 = x$
Nueva Conversión para dar la respuesta final	En la segunda ruta viajan 37 estudiantes

Figura 1. Ejemplo de problema resuelto con el modelo de representaciones semióticas. Fuente: Elaboración propia.

Se obtiene la respuesta por tratamiento (cálculos) sobre el mismo registro algebraico. La respuesta obtenida es escrita en el mismo tipo de representación en que fue propuesto el problema, lo que implica otra conversión para dar la respuesta final.

## METODOLOGÍA

El enfoque de esta investigación es cualitativo ya que permite un acercamiento a los procesos de resolución de problemas aritméticos de los estudiantes. El alcance es explicativo: porque la información en distintas actividades de clase permite explicar algunas dificultades de los estudiantes, relacionadas con procesos de identificación en la resolución de problemas, para tomar algunas acciones que permitan mejorar tales procesos.

El Diseño metodológico es investigación acción-participación debido a que parte de la reflexión sobre posibles dificultades que presentan los estudiantes cuando deben cumplir actividades de resolución de problemas durante la clase de matemáticas lo que implica un cambio de rol del docente quien asume el papel de docente investigador.

Luego de aplicar la prueba de entrada se definieron las siguientes categorías

**Identificación de las condiciones del problema:** Es uno de los procesos más importantes relacionado con las tres actividades fundamentales de la representación semiótica. En esta categoría se analizan las subcategorías definidas en la Tabla 1.

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Identificación de las condiciones del problema</b>	Identificación de palabras relacionadas con el enunciado del problema.	Identifica las palabras relacionadas con el problema y que le pueden ayudar en su adecuada resolución.
	Identificación de las unidades significantes y sus relaciones.	Identifica datos, relaciones entre datos conocidos, significado del operador semántico y las relaciones entre los polos del operador semántico
	Identificación del operador semántico.	Identifica si el problema es de cambio o comparación aditiva o multiplicativa, teniendo solo una idea, en relación con el operador semántico que permite decidir procesos a desarrollar.
	Identificación de la pregunta a resolver.	Identifica la pregunta a resolver en términos de variaciones o comparaciones.
	Identificación y selección de las operaciones adecuadas.	Identifica y selecciona la operación correspondiente al problema.
	Obtención de la respuesta esperada.	Obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta

Tabla1. Categoría de Identificación

**Gestión de Registros de Representación Semiótica:** Permite evidenciar el uso de las tres acciones cognitivas propuestas por Duval (1999). En esta categoría se analizan las subcategorías definidas en la Tabla 2.

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Gestión de Registros de Representación Semiótica.</b>	Representaciones auxiliares. Formación.	Hace representaciones en registros gráficos o dibujos según las leyes de conformidad.
	Representación en un registro aritmético. Conversión.	Efectúa conversión de representaciones atendiendo a los criterios de congruencia.
	Tratamiento de representaciones	El tratamiento adecuado en un mismo registro, refleja el desarrollo correcto de las operaciones.
	Uso de un registro final.	Obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta, indicando que corresponde a lo pedido.

Tabla 2. Categoría de Gestión de Registros de Representación Semiótica.

**Resolución de Problemas:** Evidencia procesos de resolución de problemas desde un enfoque de representaciones semióticas propuesto por Duval (2006). En esta categoría se analizan las subcategorías definidas en la Tabla 3.

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Resolución de problemas</b>	FASE I. Problemas verbales con datos pertinentes o no.	Usa un registro de representación correspondiente al registro discursivo del enunciado del problema
	FASE II. La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente	Efectúa conversión de representaciones atendiendo a los criterios de congruencia.
	FASE III. Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)	Hace tratamiento adecuado hasta obtener la respuesta esperada.
	Reflexión sobre el proceso de resolución <sup>2</sup> .	Verifica si la respuesta obtenida es correcta, o corresponde a la pregunta del problema.  Reflexiona sobre el proceso de resolución del problema.

Tabla 3. Categoría de Resolución de problemas.

**Resultados obtenidos:** Se aplicó una prueba de entrada que consistió en un cuestionario de 12 problemas de aritmética distribuidos según la clasificación de problemas aritméticos realizada por Castro (2015).

Luego de esta prueba de entrada, se encontró que varios estudiantes presentaban distintas dificultades relacionadas con las diferentes categorías de análisis y que se resumen en las Tablas 4, 5 y 6.

<sup>2</sup> No corresponde a las Fases propuestas por Duval, pero es importante para esta investigación atendiendo a las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007).

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Identificación de las condiciones del problema</b>	Identificación de palabras relacionadas con el enunciado del problema.	Identifica palabras relacionadas con el problema y que pueden ayudar en su adecuada resolución.
	Identificación de las unidades significantes y sus relaciones.	Identifica datos, y algunas relaciones entre datos conocidos.  No reconoce el significado del operador semántico ni las relaciones entre los polos del operador semántico.
	Identificación del operador semántico.	No identifica si el problema sugiere cambio o comparación aditiva o multiplicativa, en relación con el operador semántico que permite decidir procesos a desarrollar.
	Identificación de la pregunta a resolver.	No identifica la pregunta a resolver en términos de variaciones o comparaciones.  En los problemas de segundo nivel no identifica las dos condiciones dadas en el enunciado y lo resuelve operando solo una de las partes del enunciado.
	Selección de la operación adecuada.	No selecciona la operación correspondiente.
	Obtención de la respuesta esperada.	No obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta. En ocasiones se presenta cuando el estudiante selecciona la operación indicada pero falla en el tratamiento algorítmico.

Tabla 4. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada en la categoría de Identificación.

Categoría	Dificultades/Hallazgos
<b>Gestión de registros de representación semiótica</b>	En esta categoría se observa que la mayoría de los estudiantes tienen, como único registro de representación semiótica, la operación seleccionada y su desarrollo, si mostrar evidencias de uso de representaciones auxiliares como gráficos o dibujos, por esta razón no se considera necesario hacer tabla con las subcategorías definidas. Aunque el no uso de representaciones auxiliares no es un problema para la resolución de problemas, pues varios estudiantes obtienen la solución esperada realizando correctamente la operación, si es importante tenerlo en cuenta ya que los dibujos u otras representaciones "Son pues representaciones auxiliares que pueden ayudar al estudiante a comprender cada etapa del proceso de resolución" (Duval, 2006, p. 164).

Tabla 5. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada en la categoría de gestión de registros de representaciones semióticas.

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Resolución de problemas</b>	FASE I. Problemas verbales con datos pertinentes o no.	No hace formación de representaciones en registros auxiliares.
	FASE II. La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente	Se evidencia una conversión de registros, en la selección de una operación que a veces no corresponde con el enunciado del problema
	FASE III. Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)	Efectúa la operación seleccionada de manera incorrecta. No logra obtener la respuesta esperada.
	Reflexión sobre el proceso de resolución	No muestra evidencias de verificación de procesos. Algunos estudiantes dejaron el espacio de trabajo en blanco.

Tabla 7. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (Resolución de problemas).

**Organizador Gráfico:** Luego del análisis de los resultados se diseñó un organizador gráfico que permitiera, durante la fase de intervención, hacer visible la gestión de registros de representación semiótica, los procesos de identificación y los procedimientos utilizados por los estudiantes durante la resolución de problemas. Los elementos de este organizador gráfico son<sup>3</sup>:

- Enunciado del problema: Escrito en registro discursivo, o lenguaje común.
- Vocabulario relacionado: Palabras que ayudan a entender el enunciado. Si no se tiene idea del significado de alguna palabra, se debe consultar
- Situación Inicial: Escribir con sus propias palabras el enunciado del problema resaltando datos dados.
- Pregunta a Resolver: Escribir con sus propias palabras la exigencia del problema resaltando datos a determinar
- Gráfica o Dibujo: Posibles registros gráficos o figurativos del problema o de algunos de sus elementos.
- Representación Inicial y Procesos: Registro aritmético o algebraico inicial, tratamiento y conversión de registros de representación semiótica. (Operaciones y desarrollo de algoritmos).
- Registro Final y respuesta: Igualdad entre el último registro y el resultado final del problema.
- Observaciones sobre el proceso de resolución y coherencia de los resultados. Reflexión sobre el proceso de resolución de problemas y sobre coherencia y pertinencia del resultado obtenido.

## CONCLUSIONES

1. El uso de un organizador gráfico diseñado para visualizar procesos de resolución de problemas contribuye a facilitar procesos de identificación de los elementos de un problema, a hacer una adecuada gestión de registros de representación semiótica y a mejorar procesos de resolución de problemas ya que permite la visualización de estos procesos.

<sup>3</sup> En <http://jycontrerasj.com/documents/formatodeprocesosderesoluciondeproblemas.pdf>, se puede ver y obtener el organizador gráfico mencionado.

2. La gestión de registros de representación semiótica en donde se apliquen correctamente las tres acciones cognitivas de un sistema semiótico, puede facilitar la identificación de las condiciones del enunciado de un problema y garantizar efectivos procesos de resolución de problemas.
3. El uso frecuente de un formato de resolución de problemas contribuye a mejorar procesos de identificación, gestión de registros de representación semiótica y a consolidar una estrategia de resolución de problemas.
4. La resolución de problemas propuesta a través del organizador gráfico, permite aplicar con mayor frecuencia conceptos ya trabajados en clase y propiciar procesos de reflexión sobre la misma resolución de problemas.

### Bibliografía

- Campistrous, L. Rizo, C. (1996) *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.
- Campistrous, L. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Centro de Investigación en Matemática Educativa Universidad Autónoma de Guerrero. México. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1379.pdf>.
- Capote, M. (2005). *La etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos para la escuela primaria*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.
- Castro, Robinsón y Castro, Ruby. (2015). *La enseñanza de las matemáticas a través de la formulación de problemas*. Bogotá: Ecoe ediciones.
- Chamorro, M., (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson Educación, S. A.
- Duval, R. (1999). Traducción del libro “*Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*” por Vega R., Miryam.Merlyn I D. Cali.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. Recuperado de [http://www.usc.es/dmle/pdf/GACETARSME\\_2006\\_9\\_1\\_05.pdf](http://www.usc.es/dmle/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf).
- Santos Trigo, L. M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos. Fundamentos Cognitivos*. México: Trillas.